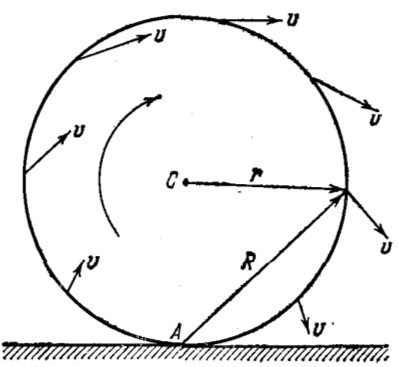
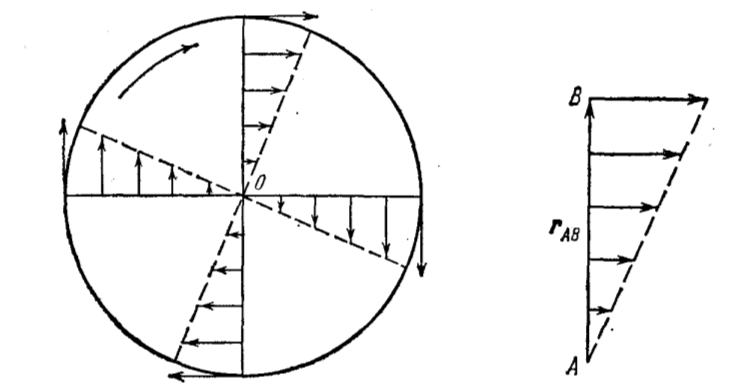
Рассмотрим некоторые вопросы, касающиеся вращения твердых тел.

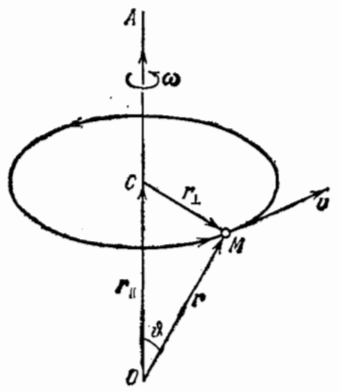
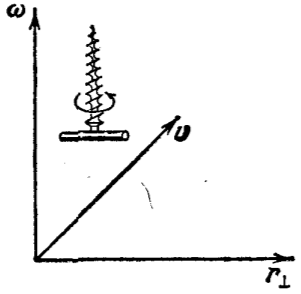
**Мгновенная ось вращения**.

Рассмотрим колесо, которое катится по поверхности земли. Сделаем снимок этого колеса и выясним направление скоростей точек на его ободе. Решение задачи зависит от выбранной системы отсчета для этого момента времени. Поместим ее в точку . Тогда вращение колеса можно рассматривать как вращение вокруг оси, проходящей через эту точку. Поскольку в последующие моменты времени такая ось меняет свое положение, ее называют мгновенной осью вращения.

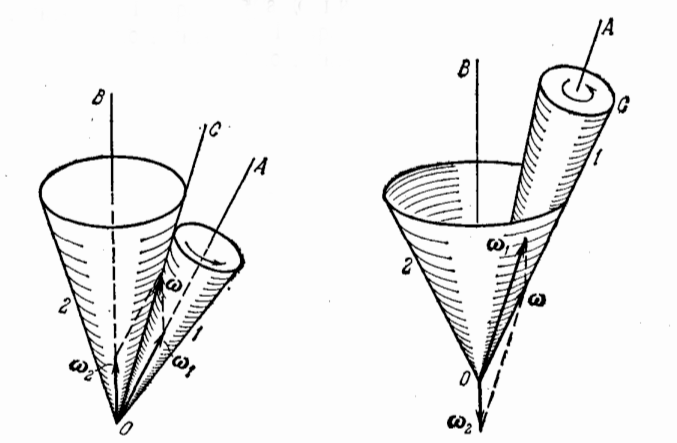
Этот прием позволяет получать распределение скоростей, но с ускорениями так поступать нельзя, поскольку для ускорения нам нужна информация о направлении скорости в последующий момент времени. Это можно понять на простом примере окружности – при равномерном вращении ускорение всегда направлено к центру и равно и не зависит от выбора системы координат, а если использовать мгновенную ось, мы не получим такое направление.

**Угловая скорость как вектор**.

Пусть твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с угловой скоростью . Введем вектор угловой скорости по правилу:

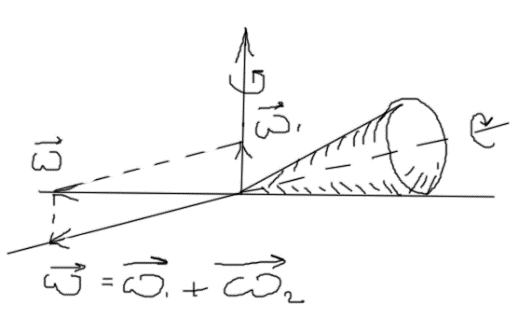
Видим, что по модулю

Это совпадает с уравнением, которое мы получали ранее.

Введение векторной записи позволяет нам работать с угловой скоростью как с вектором, используя правила сложения векторов.

Рассмотрим, как это работает на конкретном примере. Пусть один конус вращается на поверхности другого вращающегося конуса (рис).

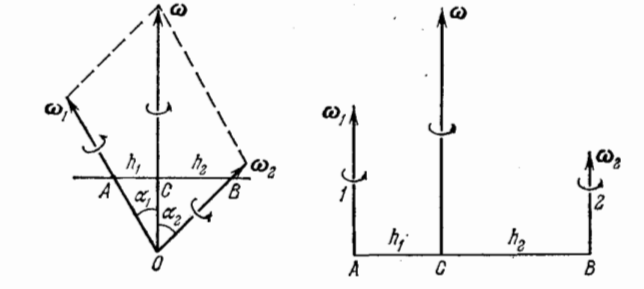
Рассмотрим некоторую точку на поверхности конуса 1. Ее скорость в системе,где неподвижна :

В системе, где неподвижна (в текущий момент времени – т.е. рассматриваем мгновенные вращения).

Поскольку скольжения нет, результирующий вектор угловой скорости лежит на мгновенной оси вращения.

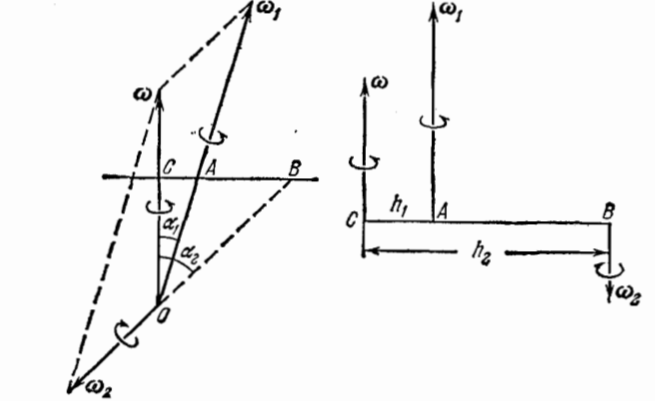
На следующем рисунке показан пример, когда конус вращается на поверхности стола.

**Вращенине параллельных осей**. Предыдущие примеры с конусами можно перенести на случай параллельных осей (цилиндров). Формально, для этого нужно представить, что вершина конусов удалена на бесконечность.



(применили теорему синусов)

Итак,

****

**Кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг оси**.

Мысленно разобьем тело на материальные точки и найдем кинетическую энергию как сумму кинетических энергий материальных точек.

Угловая скорость для каждой такой точки одинакова, так что

Где – расстояние от каждой точки до оси вращения (не путать с радиусом вектора).

Величина

Называется моментом инерции системы относительно оси. Сравнивая кинетическую энергию вращения с обычной для поступательного движения, видим, что момент инерции имеет тот же смысл, что и масса (мера инерции) при поступательном движении, с тем существенным отличием, что момент инерции зависит от положения оси вращения.

**Закон Ньютона для тела, вращающегося вокруг оси**.

Как известно, закон Ньютона для тела имеет вид , где импульс тела, т.е.

Получим похожее уравнение для вращательного движения. Для материальной точки можно написать

Умножим равенство слева на вектор

Это выражение можно переписать в виде

Где величина

называется моментом импульса точки, а величина

называется моментом силы.

Очевидно также, что

Итак, вернемся теперь к моменту инерции. Перепишем формулу

Если момент инерции не меняется, то

где – угловое ускорение тела.

Этот закон также носит название динамического уравнения Эйлера для твёрдого тела.

Если теперь рассмотреть два тела и приложить к ним одинаковый момент сил, можно увидеть, что

Это соотношение позволяет определять момент инерции экспериментально, взяв за основу известные параметры эталона.

А теперь разобьем мысленно тело на совокупность материальных точек и просуммируем равенства

Справа стоит момент всех сил, действующих на тело (систему частиц).

**Закон сохранения момента импульса**.

Если

Возможен случай, года внешние силы имеются, но имеют некоторую симметрию. В этом случае сохраняется не весь момент сил, а соответствующие проекции. Например, если поле внешних сил симметрично относительно оси , то проекция момента на эту ось сохраняется. Действительно, рассмотрим для простоты всего одну точку, вращающуюся вокруг оси . Тогда

поскольку произведение это вектор перпендикулярный оси .

В частности, для материальной точки в поле с такой осевой симметрией получим

**Вычисление момента инерции**.

